I shall conclude with my earnest entreaty, that my most humble service may be presented to the Noble Members of the Royal Society, and remain

Honour'd Sir, *Your Humble Servant,*
Anthony Van Leeuwenhoek.

IV. *Reverendi D.* Johannis Craig, *Epistola ad Editorem continens solutionem duorum problematum.*

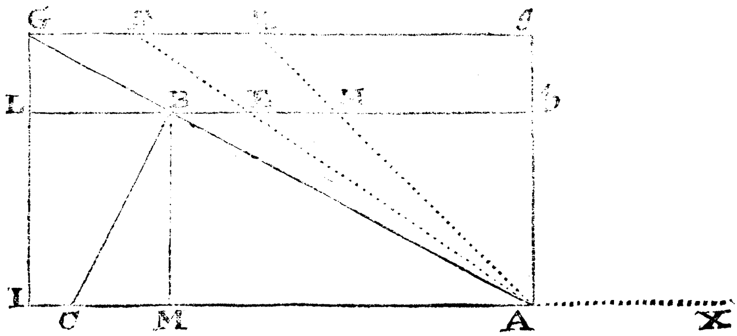
Ad Eruditissimum Virum Dominum *H. Sloane*, M. D. & R. S. Secretarium.

Mitto tibi, vir clarissime, solutiones, duorum Problematum; quibus solvendis operam dederunt (& etiamnum dant) Celeberrimi hujus ætatis Mathematici. Prius est de inveniendo Solido Rotundo, quod minimam in fluido patiatur resistentiam, ab incomparabili viro D. Is. Newtono *jam olim solutum; quod denuo nuper aggressi sunt, Illustrissimus Marchio Hospitalius, & Celeber.* Jo. Bernoulli, *ulterius exponere; quoniam Analysin suam supprimere voluit Dignissimus* Newtonus. *Posterius autem Problema est de inveniendâ Lineâ celerrimi descensûs; quod ante hos quatuor annos omnibus (ut nosti) Europæ Mathematicis à clariss.* Jo. Bernoulli *proponebatur, & jam sæpius solutum fuit. Ad meas solutiones quod attinet: Eas jam publici juris facio (non quòd me quicquam magni momenti præclaris eorum laboribus addere posse sperem, sed) ut majori easdem res tractandi varietate, ad majora Scientiæ illæ incrementa promoveantur. Et quamvis seriùs prodeat mea de Curvâ celerrimi descensus Analysis; magnâ tamen ejus simplicitate mora (ut spero) compensabitur. Qualem alii adhibuerint, nescio; cum nulla hujus solutio (nec quæ in vestris, nec quæ in Leipsicis Actis eduntur) ad manus meas adhuc pervenerit, præter* Newtonianam, *quæ Analysin, non exhibet. Si inter selectas tuas Collectiones Philosophicas, tenues etiam hæ nostræ loco aliquo dignæ videantur, habebis tibi devinctissimum,*

Gillingham, 21 *Dec.* 1700.

Jo. Craig

Lemma. INvenire rationem inter resistentiam, quam patitur Triangulum rectangulum AIG,& resistentiam quam patitur rectangulum circumscriptum AIGg dum utrumque in fluido movetur juxta directionem Lineæ IA, ab I versus X.



A puncto quovis B ducantur BC normalis ad AG ; & Bb parallela ad AI, item BM normalis ad AI. Tum in bB capiantur $bH = \frac{CM^2}{BC}$ & bE=BC ; & per puncta H, E ducantur rectæ HA, EA, quæ productæ secent Gg in K & F : Dico Resistentiam Trianguli AIG esse ad resistentiam Rectanguli AIGg ut Area trianguli AKG, ad Aream Trianguli AFg. Imo & resistentiam in partem quamlibet lineæ AG ad resistentiam in partem correspondentem lineæ Ag exem. gra. in AB & Ab ut Area AHB ad Aream AEB. Demonstratio pendet à Theoremate generali, quod facillimè deduxi ex Prop. xxxv. Newtoni, p. 324.

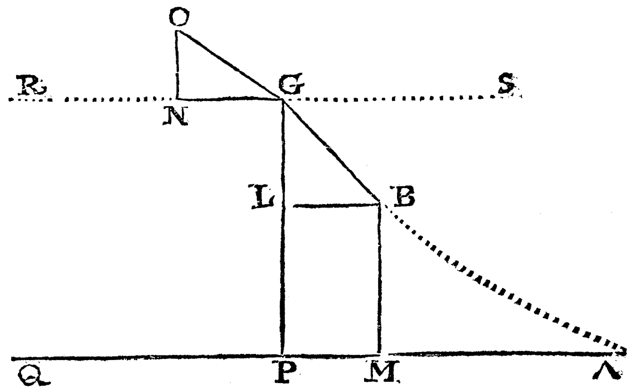
Corol. 1. Sint jam BG,bg partes infinitæ parvæ linearum AG, Ag,& producatur bB ad L ; dico resistentiam in BG (quam vocemus e) esse ad resistentiam in bg (quam vocemus E) ut GL^2 ad GB^2.

Nam e. E :: KHbg. FEbg, id est e E :: bgxbH. bgxbE (per Lemma præcedens) Ergo e. E :: bH. bE, id est e E :: $\frac{CM^2}{BC}$ BC (per constructionem superioris Lemmatis) Ergo e. E :: CM^2. BC^2. Sed CM^2. BC^2 :: GL^2. GB^2. (ob similia Triangula BMC, GLB) Ergo e. E :: GL^2. GB^2. Q. e. D.

Corol.

Corol. 2. Resistentia in partem infinite parvam GB est æqualis Cubo lineæ GL diviso per Quadratum lineæ GB. Nam si omnes partes infinitè parvæ in linea Ag ut bg supponantur æquales, tum Resistentia in bg per ipsam bg exprimi possit, id est, E=bg, adeoque E=GL Ergo per Corollarium primum e. GL :: GL^2. GB^2 ; unde $e=\frac{GL^3}{GB^2}$ Q. e. D.

Corol. 3. Sit r radius & c circumferentia cujusvis circuli, dico resistentiam in conicam superficiem genitam à rotatione, lineolæ GB circa AI esse æqualem producto ex $\frac{CxBM}{r}$ in $\frac{GL^3}{GB^2}$ Nam resistentia in Conicam illam superficiem est æqualis omnibus resistentiis in lineolam GB, id est omnibus e ; id est æqualis circumferentiæ circuli cujus radius est BM in e multiplicatæ; id est, resistentia in Conicam illam superficiem est æqualis $\frac{cxBM}{r}$xe ; adeoque per Corol. 2. æqualis $\frac{cxBM}{r}$ x $\frac{GL^3}{GB^2}$ Q. e. D.



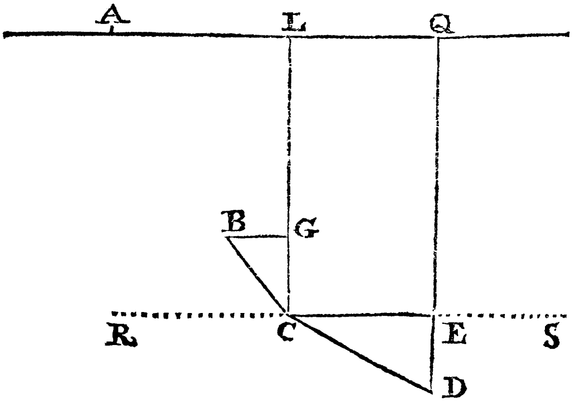
Problema I. Invenire Lineam curvam cujus rotatione producatur Solidum rotundum, quod (dum in medio fluido secundum axis sui directionem movetur) minimam patiatur Resistentiam.

Sint OG, GB duæ particulæ infinitè parvæ in Curvâ quæsitâ, quæ circa AQ protata producat Solidum rotundum minimæ Resistentiæ. Ducantur BM, GP normales ad AQ, item BL, GN

GN ad AQ, & ON ad BM parallelæ: Jam $\frac{c \times BM \times GL^3}{r \times GB^2}$ est resistentia in superficiem genitam a rotatione lineolæ GB circa AQ, & $\frac{c \times GP \times ON^3}{r \times OG^2}$ est resistentia in superficiem genitam similiter ab OG per *Cor.* 3. Jam utraque hæc Resistentia simul sumpta debet esse minima scil. $\frac{c \times BM \times GL^3}{r \times GB^2} + \frac{c \times GP \times ON^3}{r \times OG^2}$ $=$minimæ. Adeoque in linea RS ita ad AQ parallela ut ON sit$=$GL, quærendum est punctum G ut hoc contingat; quod supponendo puncta O & B esse fixa facile invenietur per notissimam Maximorum & minimorum Methodum. Calculum prosequendo devenietur tandem ad $\frac{BM \times BL}{BG^4} = \frac{GP \times NG}{OG^4}$; unde patet $\frac{BM \times BL}{BG^4} =$ constanti; sic si abscissa AM vocetur x, & ordinata BM, y, erit BL$=$dx, LG$=$dy (quam constantem in toto hoc calculo suppofui) adeoque $BG^2 = dx^2 + dy^2$, unde $\frac{ydr}{dxdx + dydy^2} =$ constanti; Sit a linea quælibet constans & proinde, ut observetur Lex homogeneorum erit $\frac{ydx}{dxdx + dydy^2}$ $= \frac{a}{dy^3}$ ut ab Illustriss. Hospitalio & celeber. *Jo. Bernouillio* inventum est. Et hic obiter clariss. Bernoullio significare visum est me plurimum delectari methodo suâ construendi curvas ex æquationibus differentialibus, in quibus deest altera ex indeterminatis x vel y, in Actis Lipsicis publicatâ mense Maio, Anni 1700. & per quam eleganter deduxit constructionem Curvæ modo quæsitæ. Nov. 1699. pag. 515.

Problema

Problema 2. Invenire Lineam Celerrimi Descensus.



Sint BC, CD duæ particulæ infinitè parvæ in curva quæsita. Jam Curva illa debet esse talis ut transitus a B ad D post casum a horizontali AQ fiat in tempore minimo; quærendum itaque est punctum in linea RS (ita ad AQ parallela ut differentiæ ordinatarum GC, DE sint æquales) tale punctum C ut hoc contingat.

Jam velocitas ejus in puncto C est $\sqrt{LC}$ & velocitas in puncto D est $\sqrt{QD}$; Ergo $\frac{BC}{\sqrt{LC}}$ est tempus descensus per BC, & etiam $\frac{CD}{\sqrt{QD}}$ est tempus descensus per CD (per Prop. LIV. pag. 158 Newtoni) Ergo punctum C debet esse tale ut $\frac{BC}{\sqrt{LC}} + \frac{CD}{\sqrt{QD}}$ $=$ minimo. Supponendo B & D esse fixa, sint constantes $GC = DE = m$, $LC = b$, $QD = p$; indeterminatæ $BG = u$, $CE = z$; unde $\frac{\sqrt{m^2+u^2}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{m^2+z^2}}{\sqrt{p}} = $ minimo; Ergo $\frac{udu}{b^{\frac{1}{2}}\sqrt{m^2+u^2}} + \frac{zdz}{p^{\frac{1}{2}}\sqrt{m^2+z^2}} = 0$ sed $du = -dz$ (quia $v+z =$ constanti) Ergo $\frac{u}{b^{\frac{1}{2}}\sqrt{m^2+u^2}} = \frac{z}{p^{\frac{1}{2}}\sqrt{m^2+z^2}}$; unde patet

$b^{\frac{1}{2}}\sqrt{m+}$

$\frac{u}{b^{\frac{1}{2}}\sqrt{m^2+u^2}}=$ constanti; sit jam Abscissa $AL=x$; ordinata $LC=y$; adeoque $BG=dx$, $GC=dy$, $BC=\sqrt{dx^2}$; sitque a linea quælibet constans Erit $\frac{dx}{y^{\frac{1}{2}}\sqrt{dx^2+dy^2}}=\frac{1}{\sqrt{a}}$, unde $dx\sqrt{a}=\sqrt{y}\times\sqrt{dx^2+dy^2}$. Sed in omni Curva dx est, ad $\sqrt{dx^2+dy^2}$ ut Subtangens ad Tangentem; Ergo talis est natura Curvæ quæsitæ ut ejus subtangens sit ad Tangentem ut $\sqrt{a}$ ad $\sqrt{y}$. Quam utique Cycloidis proprietatem esse sciunt omnes, quibus notum est Tangentem Cycloidis esse parallelam Chordæ arcus contermini in Circulo genitore, cujus Diameter est a, & cujus vertex deorsum spectat.

Et pari facilitate Curvam invenire possum Celerrimi Descensus pro qualibet alia gravitatis Hypothesi.